

[최고의 수험물리 전문가]

윤형철

변리사 탄탄물리

[개념+기출]

— 18장 특수상대론 —

“물리는 외우는 과목이 아니라 생각하는 과목입니다.”

세 가지 강의 철학

목차

— 성장기반 물리

(Grow-based Physics)

— 취사선택 물리

(Cut-off Strategy Physics)

— 생각하는 물리

(Thinking Physics)



물리

윤형철 교수

물리 윤형철 교수입니다.

약력

전남과학고등학교 졸업
서울대학교 사범대학 물리교육과 졸업

전 대치 미래탐구
전 대치 새움학원
현 대치 링크물리
현 변리사스쿨 물리 전문교수

개념 POINT

[특수상대론 개관]

물리현상 (문제상황)	→ 물리량	물리법칙

I. 특수상대론

개념 POINT

1. 갈릴레이의 상대성 원리

길가의 나무는 길에 정지해 있는 사람이 보면 정지해 있는 것으로 보이지만, 달리는 자동차에서 보면 반대 방향으로 움직이는 것으로 보인다. 이처럼 관찰자가 어떤 운동을 하는지에 따라 물체의 운동도 다르게 관측된다.

1. 좌표계

운동하는 물체의 위치를 숫자로 나타내기 위해 마련된 틀, 즉 기준을 말한다. 물체의 운동을 기술하기 위해서는 우선 좌표계를 설정해야 하며, 좌표계는 지면에 고정된 좌표계나 점점 속력이 빨라지는 버스에 고정된 좌표계 등 다양하게 정할 수 있다. 좌표계에 따라 물체의 운동은 다르게 보일 수 있다. 예를 들어 직선 도로를 따라 버스가 등가속도 운동을 할 때 버스 안 손잡이가 기울어져 있는 동일한 상황을 지면에 서 있는 영화와 버스에 탄 철수는 다음과 같이 서로 다르게 관측한다.



▲ 좌표계에 따라 다르게 관측되는 운동

(1) **관성 좌표계(관성계, 관성 기준틀)**: 관성 법칙이 성립하는 좌표계로, 물체가 힘을 받지 않으면 가속되지 않는 좌표계를 말한다. 관성 법칙이 성립하는 좌표계에서는 뉴턴 운동 제2법칙도 성립하므로, 뉴턴 운동 제2법칙으로 물체의 운동 방정식을 쓸 수 있다. 한 관성 좌표계에 대해 정지해 있거나 등속도로 움직이는 좌표계는 모두 관성 좌표계이다.

(2) **가속 좌표계**: 한 관성 좌표계에 대해 가속 운동을 하는 좌표계를 말한다. 가속 좌표계에서 운동하는 물체는 마치 어떤 가상의 힘을 받는 것처럼 보이는데, 이처럼 좌표계의 가속 운동 때문에 관찰되는 가상의 힘을 관성력이라고 한다. 즉, 가속 좌표계에서는 관성 법칙이 성립하지 않으며, 관성력을 고려해야만 뉴턴 운동 법칙을 적용할 수 있다.

관성 좌표계와 특수 상대성 이론

특수 상대성 이론은 관성 좌표계 사이에서 일어나는 현상을 다룬다. 한편 가속 좌표계에서 일어나는 현상을 다루는 내용은 일반 상대성 이론이다.

2. 갈릴레이의 상대성 원리

물체의 운동을 서로 다른 관성 좌표계에 있는 관측자가 관찰하였을 때, 두 관측자의 관측은 서로 어떤 관련이 있을까?

(1) **상대 속도:** 그림은 한 좌표계에서 측정한 속도가 각각 v_A , v_B 로 일정한 물체 A와 B가 시간 Δt 동안 이동하는 것을 나타낸 것이다.

이 좌표계에서 Δt 동안 A, B가 이동한 거리 Δx_A , Δx_B 는 다음과 같다.

$$\Delta x_A = v_A \Delta t, \Delta x_B = v_B \Delta t$$

A가 관찰하였을 때 Δt 동안 B가 이동한 거리 Δx_{AB} 는 다음과 같다.

$$\Delta x_{AB} = v_B \Delta t - v_A \Delta t = (v_B - v_A) \Delta t$$

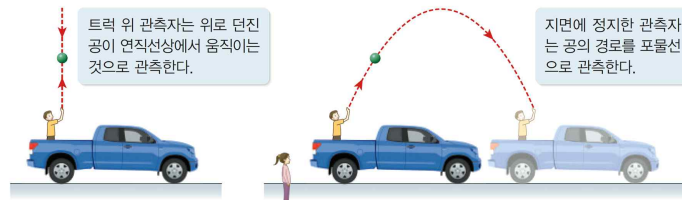
이를 정리하면 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} = v_B - v_A$$

이 결과는 A와 같이 움직이는 좌표계에서 측정한 B의 속도를 뜻하므로, A에 대한 B의 상대 속도라고 한다. 즉, 하나의 동일한 좌표계에서 측정한 A와 B의 속도가 각각 v_A , v_B 일 때, A에 대한 B의 상대 속도 또는 A가 관찰한 B의 상대 속도 v_{AB} 는 다음과 같다.

$$v_{AB} = v_B - v_A$$

(2) **갈릴레이의 상대성 원리:** 물체의 속도는 관측하는 관성 좌표계에 따라 다르게 측정되지만, 물체의 가속도는 동일하게 측정된다. 즉, 물체의 운동 방정식은 다음 예와 같이 서로 다른 관성 좌표계에서 동일하게 적용된다.



▲ 등속도 운동하는 트럭 위의 관측자와 지면에 정지한 관측자가 관측하는 공의 운동

등속도로 달리는 트럭 위 관측자	지면에 정지한 관측자
공은 연직 아래 방향의 일정한 가속도로 운동한다. ⇒ 공은 중력 방향의 일정한 가속도로 운동한다.	공이 연직 방향으로서는 일정한 가속도로 운동하고, 수평 방향으로서는 등속도로 운동하는 것으로 관측한다. ⇒ 공은 중력 방향의 일정한 가속도로 운동한다.

이것은 두 관성 좌표계 사이에 어떤 차이를 검출해 낼 수 있는 어떤 역학적 실험도 없다는 것을 의미한다.

갈릴레이의 상대성 원리: 모든 관성 좌표계에서 운동 법칙은 동일하게 적용된다.

개념 POINT

상대 속도 구하기

상대 속도는 물체의 속도에서 관찰자 자신의 속도를 빼서 구한다.

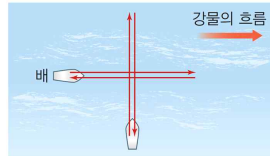
2. 빛의 속도

마이컬슨·몰리 실험의 결과 관측자의 운동 상태는 빛의 속력에 영향을 주지 않는다. 이렇게 빛의 경우 갈릴레이의 상대성 원리가 적용되지 않는다는 사실은 특수 상대성 이론의 시초가 되었다.

19세기 초, 영의 2중 슬릿에 의한 빛의 간섭 실험의 성공으로 물리학자들은 빛은 파동이라 생각하고, 빛을 전달하는 가상의 매질인 에테르의 존재를 확인하려고 시도하였다. 그리고 맥스웰이 구한 자유 공간에서의 빛의 속력 c , 약 3×10^8 m/s는 에테르에 대해 정지한 특수하고 절대적인 좌표계에서만 c 로 주어진다고 생각하였다. 만약 이 절대적인 기준틀에 대해 움직이는 관측자가 빛의 속력을 측정하면 관측자의 운동 방향에 따라 다른 상대 속도를 측정할 수 있을 것이라고 예상하였다.

1. 마이컬슨·몰리 실험

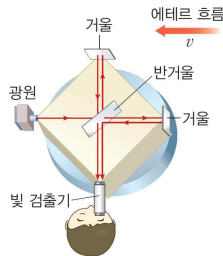
마이컬슨과 몰리는 지구가 에테르로 채워진 우주 공간을 매우 빠른 속력으로 움직이므로, 지구에서 측정하는 빛의 속력은 에테르가 흐르는 방향에 영향을 받을 것이라고 생각하였다. 그림과 같이 강물에서 배를 같은 속력으로 운항하여 같은 거리를 왕복할 때, 강물이 흐르는 방향에 나란하게 운항하는 배와 수직으로 운항하는 배의 실제 속력이 다르다. 따라서 배가 같은 거리를 왕복하는 데 걸리는 시간은 달라진다.



마이컬슨과 몰리는 강물을 왕복하는 배와 같이 빛도 에테르의 이동 방향과 나란하게 진행할 때와 수직으로 진행할 때 속력에 차이가 생길 것이라고 생각하고, 다음과 같은 실험을 수행하였다.

마이컬슨·몰리 실험의 과정

- ① 광원에서 나온 빛이 반거울에 입사하면 일부는 반사하고 일부는 통과한다.
- ② 각각의 빛은 반거울에서 같은 거리만큼 떨어진 거울에서 반사된 후 빛 검출기에 도달한다.
- ③ 빛 검출기에 도달한 두 빛은 위상차가 생겨 간섭무늬를 만들고, 이를 망원경으로 관찰할 수 있다.
- ④ 실험 장치가 회전하면 에테르가 흐르는 방향이 달라지므로, 두 빛의 속력이 변하여 간섭무늬에 변화가 있어야 한다.



[결과] 간섭무늬의 변화는 관측되지 않았다.

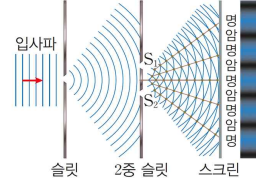
2. 마이컬슨·몰리 실험의 결론

- (1) 에테르는 존재하지 않으며, 빛은 매질 없이 전파되는 파동이다.
- (2) 갈릴레이의 상대성 원리에 따르면 빛의 속력은 관찰자의 운동에 따라 달라야 하지만, 빛의 속력은 모든 관성 좌표계에서 같았다.

개념 POINT

영의 간섭 실험

빛의 간섭 현상을 관측한 실험으로, 빛이 파동임을 보여 준다.



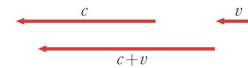
에테르

물결파는 물이라는 매질을 통해 전달되고, 소리는 공기라는 매질을 따라 전달되는 것처럼, 빛을 전파시킨다고 생각했던 가상의 매질이다. 빛이 진공 중에서도 전파되는 것으로 보아, 에테르는 물질이 텅 빈 진공에도 채워져 있고, 물체의 운동에 거의 영향을 주지 않는 물질이라고 생각하였다.

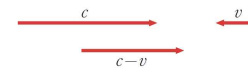
에테르가 있을 때 빛의 상대 속도

에테르에 대한 빛의 속력이 c 이고, 지구에 대한 에테르의 흐름 속력이 v 일 때, 지구에 대한 빛의 속력은 다음과 같이 에테르의 흐름 방향에 따라 달라진다.

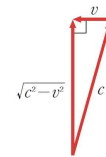
· 빛이 에테르의 흐름과 같은 방향일 때:
 $c + v$



· 빛이 에테르의 흐름과 반대 방향일 때:
 $c - v$



· 빛이 에테르의 흐름과 수직일 때: $\sqrt{c^2 - v^2}$



3. 특수상대론의 두 가지 가설

아인슈타인은 빛의 속력에 대해서 고전 역학과 전자기학의 예측 사이에 모순이 있음을 인식하고, 두 가지 가설을 채택함으로써 두 이론을 조화시키는 데 착수했다.

1. 갈릴레이의 상대성 원리의 한계

갈릴레이의 상대성 원리를 전자기 현상에 적용시켜 보면 여러 가지 이상한 일이 일어난다. 빛의 속력은 유한하므로 빛과 동일한 속도로 움직이는 좌표계에서 본다면 빛이 정지해야 한다는 것이다. 빛과 같은 속도로 날아가며 거울을 보면 나의 모습이 보이지 않아야 하는 것일까? 갈릴레이의 상대성 원리에 따르면 빛의 속력은 측정하는 좌표계에 따라 달라져야 하므로 이러한 모순이 생기는 것이다. 그러나 당시 알려져 있던 전자기학에서 빛의 속력은 어떤 좌표계에서 보아도 동일하였으며, 이는 마이컬슨·몰리 실험에서도 확인되었다. 따라서 '정지한 빛'은 없으며, 빛(전자기파)에는 갈릴레이의 상대성 원리를 적용할 수 없다.



2. 아인슈타인의 특수 상대성 이론의 두 가지 가설

아인슈타인은 빛도 상대성 원리에 따라야 한다고 생각하고, 다음과 같은 두 가지 가설을 기본으로 하는 특수 상대성 이론을 완성하였다.

가설 1. 상대성 원리: 모든 관성 좌표계에서 물리 법칙은 동일하게 성립한다.

가설 2. 광속 불변 원리: 진공 중에서 진행하는 빛의 속력은 모든 관성 좌표계에서 모든 방향에 대하여 c 로 같다.

(1) 상대성 원리: 아인슈타인의 상대성 원리는 뉴턴 역학 법칙에만 제한되었던 갈릴레이의 상대성 원리를 전자기학과 광학, 열역학을 비롯한 모든 물리 법칙으로 일반화한 것이다.

① 의미: 관성 좌표계에서 관찰자가 자연 현상을 설명하는 물리 법칙은 모두 동일해야 하며, 물체의 속력을 정하는 기준은 절대적이지 않고, 운동하는 모든 물체의 속력은 상대적이라고 할 수 있다.



▲ 지구의 관측자 S와 지구에 대해 속력 v 로 등속도 운동하는 우주선 안의 관측자 S'이 관측하는 상대적 운동

② 시공간의 상대성: 상대성 원리에 대해 갈릴레이와 뉴턴은 두 관측자의 공간에 대한 상대성만을 고려하였다. 그런데 아인슈타인은 공간뿐만 아니라 시간에 대한 상대성도 고려해야 한다고 하였고, 이를 통해 3차원 공간 좌표에 시간이 포함된 4차원 시공간 좌표를 완성하여 상대성 원리가 성립함을 증명하였다.

개념 POINT

아인슈타인(Einstein, A., 1879~1955)
미국(독일 태생)의 이론 물리학자로, 상대성 이론(상대론)과 광양자 이론으로 유명하다. 1921년에 광전 효과 연구의 업적을 인정받아 노벨 물리학상을 수상하였다.

광속(c)

빛의 속력을 말한다. 진공에서의 빛의 속력은 다음과 같다.

$$c = 299,792,458 \text{ m/s} \\ \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(2) **광속 불변 원리**: 마이컬슨·몰리 실험에서 빛의 속력이 관찰자의 운동과 무관하게 같은 값으로 측정되어서 도입된 가설이다. 아인슈타인은 직관에 의해 광속 불변 원리를 생각하였지만, 중성 파이프가 방출하는 감마(γ)선의 속력을 측정함으로써 이 가설은 사실로 증명되었다.

① **의미**: 진공 중에서 진행하는 빛의 속력은 자연계의 기본 상수이므로 관찰자의 운동 상태와 관계없이 모두 c 로 같아야 한다는 것이다. 이는 공간뿐만 아니라 시간조차도 빛의 속력에 맞추어 변화될 수 있음을 의미한다.

② **고전 역학과 차이**: 그림과 같이 100 km/h의 속도로 달리는 기차에서 150 km/h의 속도로 던진 공의 속력은 철수와 영희가 서로 다르게 측정한다. 그런데 빛을 쏘 경우는 그렇지 않다. 갈릴레이의 상대성 원리에서 영희가 본 빛의 속력은 100 km/h + c 가 되어야 하지만, 아인슈타인의 광속 불변 원리에 의하면 영희가 본 빛의 속력도 c 가 되며, 이를 바탕으로 뉴턴 역학과 차이가 있는 시공간의 새로운 개념을 완성하였다.

기차에서 공을 던질 때	기차에서 빛을 비출 때
<p>$V_{\text{기차}} = 100 \text{ km/h}$ $V_{\text{공}} = 150 \text{ km/h}$ 철수 영희 (100 + 150) km/h</p>	<p>$V_{\text{기차}} = 100 \text{ km/h}$ 철수 영희 c</p>
<ul style="list-style-type: none"> 기차 안의 철수가 본 공의 속력 = 150 km/h 지면의 영희가 본 공의 속력 = 100 km/h + 150 km/h = 250 km/h 	<ul style="list-style-type: none"> 기차 안의 철수가 본 빛의 속력 = c 지면의 영희가 본 빛의 속력 = c

광속 불변 원리의 실험적 검증

움직이는 광원으로부터 나온 전자기파의 속력이 광속과 일치하는지 알아보기 위해 입자 가속기에서 생성된 중성 파이프가 방출하는 감마(γ)선의 속력을 측정하였고, 이것이 빛의 속력과 같았다.

이 실험 결과는 빛의 속력의 99 %로 운동하는 물체(파이프)에서 빛(감마선)을 쏘아도 빛의 속력은 c 로 측정됨을 보여 줌으로써 광속 불변 원리를 입증하였다.

개념 POINT

사선 집중

갈릴레이 이론과 아인슈타인의 특수 상대성 이론 비교

	갈릴레이 이론	특수 상대성 이론
상대성 원리	모든 관성계에서 측정한 물리 법칙은 같다. (뉴턴 역학에만 제한)	모든 관성계에서 측정한 물리 법칙은 같다. (전자기학, 광학, 열역학 등 모든 물리 영역으로 일반화)
빛의 속력	<p>빛의 속력은 상대 속도에 따라 다르다. \Rightarrow 영희는 빛의 속력을 $c - 10 \text{ km/s}$로 측정한다.</p>	<p>빛의 속력은 광원이나 관찰자의 속력과 관계없이 항상 c로 같다. \Rightarrow 광속 불변 원리</p>
길이, 시간, 질량 등 물리량	물리량은 같다.	물리량은 물체와 관측자의 상대 속도에 따라 다르다.

4. 특수상대론의 예측

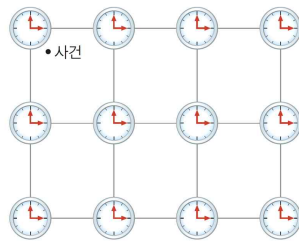
상대성에 관한 과거의 생각이 모든 사람들에게 너무도 익숙하여 의심의 여지가 없는 상식이라고 인식되었음에도 불구하고, 아인슈타인은 간단한 2개의 가설에 근거하여 상식이 잘못되었다는 것을 보임으로써 과학계를 뒤흔들어 놓았다. 과거의 잘못된 생각은 사람들이 천천히 움직이는 물체만을 경험하면서 생겨난 것이었다. 이와 달리 모든 가능한 속력에서 성립하는 것으로 밝혀진 아인슈타인의 특수 상대성 이론은 어느 누구도 경험해 보지 못한 기묘한 효과들을 예측한다.

1. 사건의 측정

특수 상대성 이론에서는 어떤 일이 일어나는 것을 사건이라고 한다. 상대론에서는 공간과 시간이 서로 얽혀 있기 때문에, 관찰자가 사건을 기술할 때는 사건이 발생한 시간과 위치의 좌표 (x, y, z, t) 로 나타낸다.

(1) **사건의 시간 측정 문제**: 사건이 발생한 시점과 관찰자가 그 사건을 관찰한 시점이 서로 다를 수 있다. 예를 들어 어떤 지점에서 전구에 불을 켤 때 빛이 관찰자까지 도달하는 데 시간이 걸리므로, 전구에서 멀리 떨어진 관찰자일수록 전구가 켜진 시간을 늦게 측정한다. 관찰자가 전구가 켜진 정확한 시간을 측정하려면, 빛이 자신에게 도달하는 데 걸린 시간을 계산해서 빼야 하므로 사건의 해석이 복잡해진다.

(2) **시공간 좌표**: 특수 상대성 이론에서는 이러한 혼동을 피하기 위해 그림과 같이 공간 좌표의 각 격자점마다 작은 시계를 고정시킨 다음, 사건이 발생했을 때 격자점의 좌표와 시계를 읽어 그 사건이 발생한 위치와 시간으로 정한다. 이렇게 하면 동일한 관성 좌표계에서는 관찰자의 위치에 관계없이 사건이 발생한 시간을 동일하게 취급할 수 있다.



▲ 일정 간격으로 시계를 고정한 시공간 좌표

2. 동시성의 상대성

뉴턴 역학에서는 절대적인 시공간에 의해 여러 사건이 서로 다른 공간에서 동시에 동일하게 관측될 수 있다. 그러나 특수 상대성 이론에 의하면 같은 관성 좌표계가 아닌 공간에서 일어난 여러 사건인 경우 동시에 동일하게 관측되는 것은 불가능하다.

(1) **한 점에서 발생한 사건의 동시성**: 그림과 같이 지면의 영화에 대하여 빠른 속도로 운동하는 우주선에 철수가 타고 있다. 철수가 관찰할 때 우주선의 양 끝에서 서로 반대 방향으로 진행하던 두 빛이 P점에서 동시에 만나는 사건이 발생하였다. 이 사건은 한 점에서 발생한 하나의 사건이므로 지면의 영화도 두 빛이 P에서 동시에 만나는 것으로 관찰한다. 이와 같이 한 점에서 동시에 발생한 사건은 하나의 사건이므로 좌표계에 관계없이 동시에 일어나는 것으로 관찰된다.



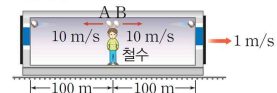
시계의 동기화

시공간 좌표에서 각 격자점의 시계는 모두 동기화되어야 한다. 그런데 한 장소에서 시계를 모두 동기화한 후 각 격자점으로 옮기면, 시계를 옮기는 동안 시간의 흐름이 달라지므로 시계를 격자점에 고정된 후 동기화해야 한다. 이를 위해서는 빛을 이용한다. 좌표계의 원점에서 시계가 $t=0$ 일 때 빛을 보낸다. 그 빛이 거리 r 만큼 떨어진 시계에 도달하는 순간 그 지점에 위치한 시계의 시간을 $t = \frac{r}{c}$ 가 되게 맞추는 방법으로 시계를 동기화할 수 있다.

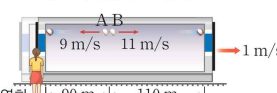
동시성에 관한 고전적 해석

동시성의 상대성은 빛의 속력이 모든 관성 좌표계에서 일정하다는 사실 때문에 발생한다. 이러한 상황을 속력이 느린 고전적인 상황으로 생각해 보면 이를 알 수 있다. 예를 들어 1 m/s로 움직이는 기차의 중간 지점에서 야구공 2개를 10 m/s의 속력으로 양쪽으로 동시에 던질 때, 기차 안의 철수와 지면의 영화는 모두 야구공이 양쪽 벽에 동시에 도달하는 것으로 관측한다.

• 기차 안의 철수: 야구공 A, B의 속력이 10 m/s로 같으므로, 야구공은 양쪽 벽에 동시에 도달한다.



• 지면의 영화: 야구공 A의 속력은 9 m/s, B의 속력은 11 m/s이므로, 야구공은 역시 양쪽 벽에 동시에 도달한다.



(2) 두 사건의 동시성: 그림과 같이 지면에 대해 광속에 가깝게 날아가는 우주선의 광원에서 같은 거리만큼 떨어진 빛 검출기에 빛이 도달하는 두 사건 A, B가 발생했을 때, 우주선 안의 철수와 지면의 영희는 두 사건 A, B를 다음과 같이 각각 다르게 관찰한다.

우주선 안의 철수	지면의 영희
<p>양쪽 방향의 빛의 속력은 같고, 광원에서 양쪽 검출기 까지의 거리도 같다. 따라서 빛은 두 검출기에 동시에 도달한다.</p> <p>⇒ 사건 A, B는 동시에 일어난다.</p>	<p>양쪽 방향의 빛의 속력은 같은데, 빛이 이동하는 동안 우주선이 오른쪽으로 이동한다. 따라서 빛은 왼쪽 검출기에 먼저 도달한다.</p> <p>⇒ 사건 A가 먼저 일어나고, 사건 B가 일어난다.</p>

이처럼 한 관찰자에게 동시에 일어난 것으로 보이는 두 사건이 상대적으로 움직이는 다른 관찰자에게는 동시에 일어나지 않을 수 있다.

(3) 동시성의 상대성(동시성 불일치): 동시성은 관측자의 운동에 따라 달라지는 것으로, 절대적인 것이 아니라 상대적인 것이다.

⇒ 동시성의 상대성은 모순도 아니고 착시 현상도 아니다. 특수 상대성 이론에 의하면 동시성은 동일한 관성 좌표계에서 발생한 사건에 대해서만 절대적인 의미를 갖고, 다른 관성 좌표계에서는 달라지는 상대적 개념으로 이해해야 한다.

3. 시간 지연

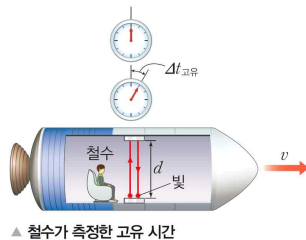
특수 상대성 이론에 따르면 서로 다른 관성 좌표계에서 측정한 두 사건 사이의 시간 간격은 일반적으로 서로 다르다. 이 현상을 설명하기 위해서는 가상의 빛 시계라는 도구가 필요하다. 빛 시계에서 빛이 광원을 떠나는 사건 1과 빛이 광원으로 다시 돌아오는 사건 2 사이의 시간 간격은 서로 다른 관성 기준계에 있는 철수와 영희에게는 서로 다르게 측정된다.

(1) 우주선 안의 철수가 측정한 시간(고유 시간)

① 고유 시간(proper time): 관성 좌표계의 한 지점에서 일어난 두 사건 사이의 시간 간격이다.

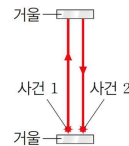
② 그림과 같이 행성에 대해 광속에 가까운 일정한 속도 v 로 운동하는 우주선 안에 놓인 빛 시계를 철수가 보았을 때, 사건 1, 2는 같은 위치에서 일어나므로 철수가 측정한 시간은 고유 시간이다. 거울 사이의 간격이 d 일 때 빛이 왕복하는 데 걸린 고유 시간 $\Delta t_{\text{고유}}$ 는 다음과 같다.

$$\Delta t_{\text{고유}} = \frac{2d}{c} \dots\dots ①$$

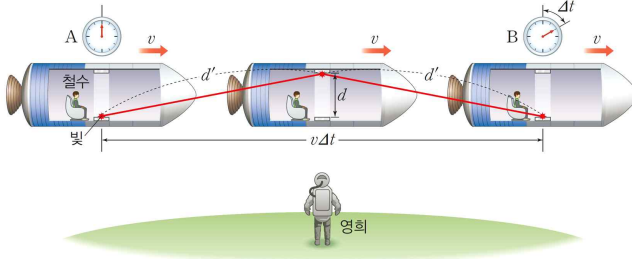


빛 시계

위와 아래에 설치된 거울 사이를 빛이 반사하며 진공에서의 광속 c 로 왕복하도록 만든 시계이다. 빛이 한 번 왕복하는 데 걸린 시간을 단위로 하여 시간을 측정하는 가상의 시계이다.



(2) 행성의 영화가 측정된 시간



행성의 영화가 우주선 안의 빛 시계를 관측하면, 빛이 방출되는 사건 1이 일어난 위치와 빛이 돌아오는 사건 2가 일어난 위치가 다르다. 영화가 보았을 때 빛이 움직인 거리는 $2d'$ 이고 빛의 속력은 c 로 일정하므로, 영화가 본 빛의 왕복 시간 Δt 는 다음과 같다.

$$\Delta t = \frac{2d'}{c}$$

Δt 동안 우주선이 움직인 거리가 $v\Delta t$ 이므로, d' 은 피타고라스 정리에 의해 다음과 같다.

$$d' = \sqrt{\left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + d^2} \dots\dots ②$$

식 ①, ②를 이용해 영화가 본 빛의 왕복 시간 Δt 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{2d'}{c} = \frac{2}{c} \sqrt{\left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + d^2} = \frac{2}{c} \sqrt{\left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + \left(\frac{c\Delta t_{\text{고유}}}{2}\right)^2} \\ (\Delta t)^2 &= \frac{v^2}{c^2} (\Delta t)^2 + (\Delta t_{\text{고유}})^2 \\ \therefore \Delta t &= \frac{\Delta t_{\text{고유}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}$$

① 우주선의 속력 v 는 c 보다 느리므로, $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > 1$ 이다. 따라서 $\Delta t > \Delta t_{\text{고유}}$ 이다.

② 빛 시계에 대해 움직이는 영화가 측정된 시간 간격 Δt 는 빛 시계에 대해 정지한 철수가 측정된 고유 시간 $\Delta t_{\text{고유}}$ 보다 길다.

(3) 시간 지연(시간 팽창): 한 관성 좌표계의 관찰자가 상대적으로 빠르게 운동하는 다른 관성 좌표계의 시간을 보면 시간이 천천히 가는 것으로 관찰된다.

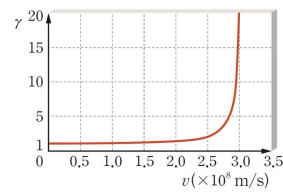
① 고유 시간과 시간 지연: 관성 좌표계의 한 장소에서 두 사건이 발생했을 때, 두 사건 사이의 시간 간격을 고유 시간이라고 하며, 다른 관성 좌표계에서 측정된 두 사건 사이의 시간 간격은 항상 고유 시간보다 늘어난다.

② 시간 지연의 의미: 아인슈타인의 특수 상대성 이론에서는 갈릴레이와 뉴턴의 상대론과 다르게 관찰자에 따라 위치뿐만 아니라 시간의 흐름도 달라진다는 것을 의미한다. 갈릴레이나 뉴턴의 상대론에서 위치는 관찰자에 따라 다르게 측정될 수 있지만, 시간은 관찰자에 따라 다르게 측정될 수 없고 항상 동일하게 측정된다.

개념 POINT

로런츠 인자(γ)

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ 을 로런츠 인자라고 하며, 1보다 크다. 매우 느린 좌표계에서는 거의 1이 되어 상대성 이론의 효과를 관측하기 어렵다. 그러나 속력 v 가 빛의 속력에 접근함에 따라 γ 는 급격하게 증가한다.

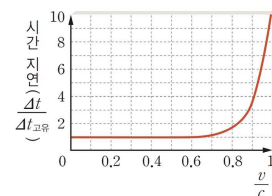


철수가 본 영화의 시간

철수가 영화를 보면 영화가 반대 방향으로 움직이는 것으로 보인다. 따라서 시간 지연에 의해 철수가 본 영화의 시간도 느리게 흐른다.

관찰자의 상대 속력에 따른 시간 지연

물체의 속력 v 가 빛의 속력 c 에 가까워질수록 시간 지연 정도가 커진다.

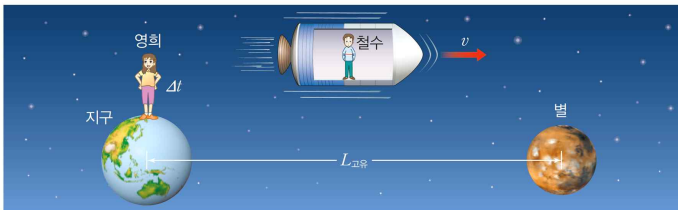


4. 길이 수축

특수 상대성 이론에 따르면 서로 다른 관성 좌표계에서 측정한 두 지점 사이의 거리도 일 반적으로 서로 다르다. 이 현상을 이해하기 위하여, 지구에서 다른 별까지 광속에 가까운 일정한 속도 v 로 이동하는 우주선을 가정해 보자. 지구에 있는 영희와 우주선에 탄 철수는 각각 다음과 같은 방법으로 지구에서 별까지의 거리를 측정한다.

(1) 지구에 있는 영희가 측정한 길이(고유 길이)

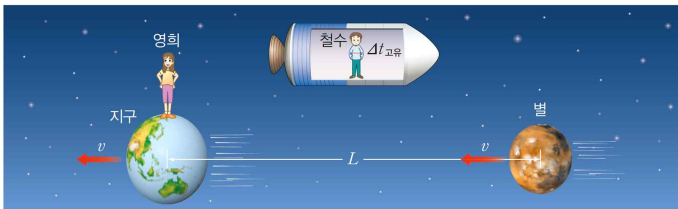
- ① 고유 길이(proper length): 한 관성 좌표계에 대해 위치가 변하지 않고 고정된 두 지점 사이의 길이이다.
- ② 지구에 있는 영희는 우주선이 지구에서 별까지 이동하는 데 걸린 시간에 우주선의 속력 을 곱해서 지구와 별 사이의 거리를 구한다.



- 영희가 측정한 시간(Δt): 우주선이 출발한 사건과 도착한 사건은 서로 다른 장소에서 일 어나므로 영희가 측정한 시간 Δt 는 고유 시간이 아니다.
- 영희가 측정한 지구와 별 사이의 거리($L_{\text{고유}}$): 영희는 지구와 별에 대해 정지해 있으므로 영희는 지구와 별 사이의 고유 길이 $L_{\text{고유}}$ 를 측정하며, 우주선의 속력이 v 이므로 다음과 같다.

$$L_{\text{고유}} = v \Delta t$$

- ##### (2) 우주선 안의 철수가 측정한 길이:
- 우주선 안의 철수에게는 지구와 별이 자신의 우주선을 $-v$ 의 일정한 속도로 지나가는 것으로 보인다. 철수는 지구와 별이 자신의 우주선을 지나 가는 데 걸린 시간에 지구와 별의 속력 v 를 곱해 지구와 별 사이의 거리를 구할 수 있다.



- 철수가 측정한 시간($\Delta t_{\text{고유}}$): 철수의 좌표계에서는 지구가 우주선을 지나가는 사건과 별 이 우주선을 지나가는 사건이 같은 장소에서 일어나므로 철수가 측정한 두 사건 사이의 시간은 고유 시간 $\Delta t_{\text{고유}}$ 이다.
- 철수가 측정한 지구와 별 사이의 길이(L): 지구와 별이 철수에 대해 $-v$ 의 속도로 움직 이므로 철수가 측정한 지구와 별 사이의 거리 L 은 고유 길이가 아니며, 다음과 같다.

$$L = v \Delta t_{\text{고유}}$$

이때 영희가 측정한 시간 Δt 와 철수가 측정한 고유 시간 $\Delta t_{\text{고유}}$ 는 $\Delta t = \frac{\Delta t_{\text{고유}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ 의 관계가 있으므로, 철수가 측정한 지구와 별 사이의 거리 L 은 다음과 같다.

$$L = v \Delta t_{\text{고유}} = v \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = L_{\text{고유}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\therefore L = L_{\text{고유}} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

- ① 항상 $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$ 이므로, $L < L_{\text{고유}}$ 이다.
- ② 지구와 별에 대해 움직이는 철수가 측정한 지구와 별 사이의 거리 L 은 지구와 별에 대 해 정지한 영희가 측정한 지구와 별 사이의 고유 길이 $L_{\text{고유}}$ 보다 작다.
- (3) 길이 수축: 관찰자가 상대적으로 운동하는 물체를 보면 운동 방향으로 길이가 줄어든 것으로 보인다.
 - ① 고유 길이와 길이 수축: 물체에 대해 정지한 관성 좌표계에서 측정한 물체의 길이를 고유 길이라고 하며, 측정하려는 길이의 방향으로 운동하는 다른 관성 좌표계에서 측정한 물체 의 길이는 고유 길이보다 짧다.
 - ② 길이 수축은 운동 방향에 대해서만 나타나며, 운동 방향에 수직인 방향으로 일어나지 않는다.

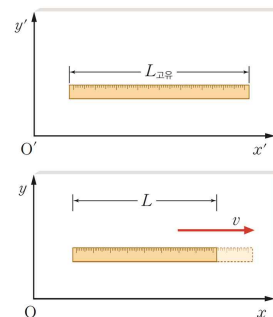
개념 POINT

고유 길이를 측정하는 관측자

이 단원의 문제를 풀 때는 고유 길이를 측 정하는 관측자를 정확히 아는 것이 매우 중 요하다. 두 지점 사이의 고유 길이는 반드시 두 지점에 대하여 정지한 관측자가 측정한 길이이다.

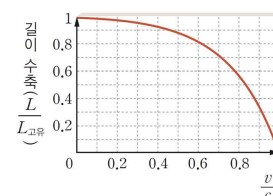
고유 길이와 길이 수축

관성 좌표계에 대해 정지한 관측자가 측정 한 막대의 길이가 고유 길이 $L_{\text{고유}}$ 일 때, 정 지한 관측자에 대해 일정한 속도 v 로 운 동하는 관측자가 측정한 막대의 길이 L 은 $L_{\text{고유}}$ 보다 짧다.



관측자의 상대 속력에 따른 길이 수축

물체의 속력 v 가 빛의 속력 c 에 가까워질수 록 길이 수축 정도가 커진다.



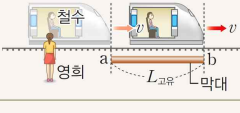
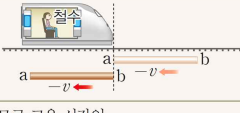
사선 집중 ★ 다양한 길이 수축 상황 알아보기

1 지구에 대해 일정한 속도 v 로 움직이는 우주선의 길이를 지구에 있는 영화와 우주선 안의 철수가 각각 측정하는 경우

관측자	지구에 있는 영화	우주선 안의 철수
측정 방법	우주선의 앞과 뒤가 지나가는 데 걸리는 시간에 우주선의 속력을 곱하여 구함. 	영화와 우주선의 앞과 뒤에 위치하는 시간 간격과 영화의 속력을 곱하여 구함. 
시간 간격	$\Delta t_{\text{고유}} \Rightarrow$ 한 장소에서 측정하므로 고유 시간임.	Δt
우주선의 길이	$L = v \Delta t_{\text{고유}}$	$L_{\text{고유}} = v \Delta t \Rightarrow$ 철수에 대해 우주선이 정지해 있으므로 고유 길이임.

$\Rightarrow \Delta t_{\text{고유}} < \Delta t$ 이므로, $L < L_{\text{고유}}$ 이다. 즉, 영화가 측정한 우주선의 길이는 철수가 측정한 고유 길이보다 짧다.

2 지면에 정지한 막대를 지면에서 있는 영화와 지면에 대해 일정한 속도 v 로 움직이는 기차 안의 철수가 각각 측정하는 경우

관측자	지면에서 있는 영화	기차 안의 철수
측정 방법	기차의 앞부분이 막대의 양 끝에 각각 도달하는 데 걸린 시간과 기차의 속력을 곱하여 구함. 	막대의 양 끝이 각각 기차의 앞부분을 지나가는 데 걸린 시간과 막대의 속력을 곱하여 구함. 
시간 간격	Δt	$\Delta t_{\text{고유}} \Rightarrow$ 한 장소에서 측정하므로 고유 시간임.
막대의 길이	$L_{\text{고유}} = v \Delta t \Rightarrow$ 영화에 대해 막대가 정지해 있으므로 고유 길이임.	$L = v \Delta t_{\text{고유}}$

$\Rightarrow \Delta t > \Delta t_{\text{고유}}$ 이므로, $L_{\text{고유}} > L$ 이다. 즉, 철수가 측정한 막대의 길이는 영화가 측정한 고유 길이보다 짧다.

집중 분석

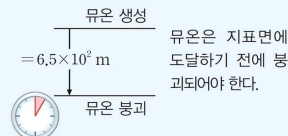
뮤온 - 특수 상대성 이론의 증거

뮤온은 우리 우주를 구성하는 기본 입자 중의 하나이다. 표준 모형에 따르면 뮤온은 가벼운 입자인 렙톤에 속하는 입자이고, 더 작은 입자로 쪼개지지 않고 그 자체로 가장 근본적인 입자이며, 내부 구조가 없는 점 입자이다. 우주에서 지구로 날아오는 우주선(cosmic rays)은 주로 양성자인데, 이들이 대기권의 공기 분자와 충돌하여 뮤온을 만들어 낸다. 보통 뮤온은 지표면에서 10 km 이상의 높은 고도에서 생성된다.

10 km 이상의 높은 고도에서 생성된 뮤온은 1 m^2 에 만 개 정도씩 지표면에 도달하여 관측된다. 뮤온의 속력은 빛의 속도 c 에 가깝게 $0.99c$ 정도로 운동하지만, 수명은 아주 짧아 평균 수명이 $2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$ 정도이다.

1 고전 역학

뮤온이 대기권의 상층에서 생성되어 붕괴될 때까지 이동할 수 있는 거리를 고전 역학으로 계산하면 $(0.99 \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}) \times (2.2 \times 10^{-6} \text{ s}) \approx 653 \text{ m}$ 정도가 된다. 따라서 높은 고도에서 생성된 뮤온이 지표면 근처에서 관측되는 것을 설명할 수 없다.



2 특수 상대성 이론

뮤온이 지표면 근처에서 관측되는 것은 고전 역학으로 설명할 수 없는 현상이지만, 다음과 같이 특수 상대성 이론의 시간 지연과 길이 수축으로 설명할 수 있으므로 지표면에서 뮤온이 관측되는 것은 특수 상대성 이론의 증거이다.

(1) 지표면에 있는 관측자가 보았을 때(시간 지연): 뮤온이 $0.99c$ 의 속력으로 운동하므로, 시간 지연이 일어나 뮤온의 수명이 늘어난 것으로 관측된다.

$$(2.2 \times 10^{-6} \text{ s}) \times (1 - 0.99^2)^{-\frac{1}{2}} \approx 15.6 \times 10^{-6} \text{ s}$$

따라서 이 시간 동안 뮤온은

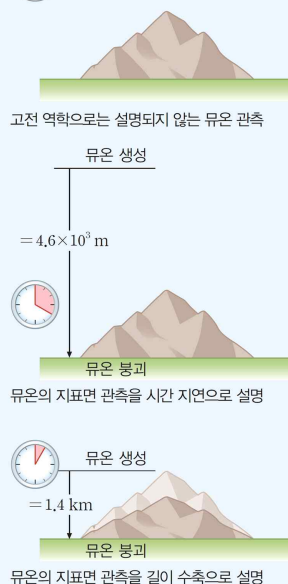
$$(0.99 \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}) \times (15.6 \times 10^{-6} \text{ s}) \approx 4633 \text{ m}$$

의 긴 거리를 이동하게 되며, 지표면에서 관측될 수 있는 것이다.

(2) 뮤온과 함께 움직이는 관측자가 보았을 때(길이 수축): 뮤온의 입장에서 지표면이 자신에게 빛의 속력에 가깝게 다가온다. 따라서 길이 수축에 의해 지표면까지의 길이가 짧아지므로, 자신의 수명 안에 지표면에 도달할 수 있다. 즉, 뮤온의 입장에서 지표면까지의 거리 10 km는

$$10 \text{ km} \times \sqrt{1 - 0.99^2} \approx 1.4 \text{ km}$$

로 수축되므로, 짧은 수명 동안에도 지표면에 도달할 수 있는 것이다.



개념 POINT

II. 상대론적 물리량

개념 POINT

특수 상대성 이론에 의하면 물체를 관측하는 관성 좌표계에 따라 시간이나 길이가 달라지므로 질량이나 에너지와 같은 다른 물리량도 달라질 것으로 예상된다. 물리 법칙이 모든 관성 좌표계에서 동일하다는 관점에서 이들이 어떻게 수정되는지 살펴보자.

1. 운동량에 대한 새로운 정의

(1) **고전 역학에서의 운동량**: 고전 역학에서 운동량 보존 법칙은 항상 성립하며, x 축 방향으로 v 의 일정한 속도로 운동하는 질량이 m 인 물체의 운동량 p 는 다음과 같이 정의한다. Δx 는 물체가 시간 Δt 동안 이동한 거리이다.

$$p = mv = m \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

(2) **특수 상대성 이론에서의 운동량**: 고전 역학에서의 운동량 정의와 비슷하게 특수 상대성 이론에서의 운동량은 다음과 같이 정의한다.

$$p = mv = m \frac{\Delta x}{\Delta t_0}$$

여기서 Δx 는 고전 역학에서와 마찬가지로 한 좌표계에서 관측자가 본 물체의 이동 거리이다. 하지만 걸린 시간 Δt_0 은 이 관측자가 측정하는 것이 아니라 물체와 같이 이동하는 좌표계에서 측정하는 시간으로, 고유 시간이다. 따라서 운동하는 물체를 보는 관측자가 측정하는 시간 Δt 는 시간 지연에 의해서 $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_0$ 이므로, 위 식은 다음과 같다.

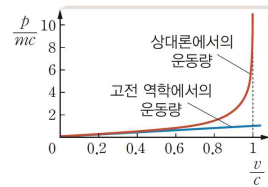
$$p = m \frac{\Delta x}{\Delta t_0} = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = m \frac{\Delta x}{\Delta t} \gamma$$

또, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 는 물체의 속도 v 이므로, 위 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$p = \gamma mv = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

이 정의는 물체의 속도에 관계없이 성립하며, 속력이 작을 때 고전 역학의 운동량과 동일하다.

특수 상대성 이론에서 운동량과 속도의 관계



(3) **특수 상대성 이론에서의 질량**: 고전 역학에서 운동량은 질량과 속도의 곱으로 표현되므로, 특수 상대성 이론에서 운동량의 정의 $p = \gamma mv$ 에서 우리는 물체의 질량을 새롭게 정의할 수 있다. 즉, 물체가 정지했을 때의 질량(정지 질량)을 m 이라 하고, 이 물체가 v 의 속력으로 운동하고 있을 때의 질량(상대론적 질량)을 m' 이라고 하면, 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

이것을 특수 상대성 이론에서의 물체의 질량이라고 하며, 질량은 속력에 따라 변하는 것을 알 수 있다. \Rightarrow 물체의 속력이 빛의 속력 c 에 가까워질수록 물체의 질량은 무한대로 커진다.

2. 에너지에 대한 새로운 정의

(1) **특수 상대성 이론에서의 에너지**: 특수 상대성 이론에서 운동량이 새롭게 정의되었으므로 에너지도 새롭게 정의될 필요가 있을 것이다. 고전 역학에서는 퍼텐셜 에너지가 없을 때 물체의 전체 에너지는 운동 에너지 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 이고, 이 식으로부터 질량과 속도 제곱의 곱에 비례하는 에너지가 됨을 알 수 있다. 특수 상대성 이론에서 아인슈타인은 질량이 m 인 물체가 v 의 속도로 운동할 때 전체 에너지는 다음과 같이 표현된다고 하였다.

$$E = m'c^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma mc^2$$

(2) **정지 에너지**: 물체가 정지해 있을 때 위 식에서 속도 $v=0$ 이므로 $m'=m$ 이 되어 물체는 다음과 같은 에너지(정지 에너지)를 가진다.

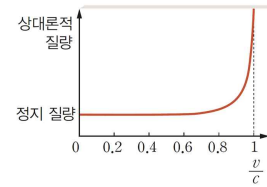
$$\text{정지 에너지: } E_0 = mc^2 \quad (m: \text{정지 질량}, c: \text{빛의 속력})$$

즉, 고전 역학에서는 정지한 물체의 에너지가 0이지만, 특수 상대성 이론에서는 입자가 움직이지 않고 정지해 있더라도 질량에 광속의 제곱을 곱한 값과 같은 에너지를 가지는데, 이것을 정지 에너지라고 부른다. 위 식에서 c^2 은 물체가 질량 때문에 엄청난 에너지를 가지고 있다는 것을 암시한다. 예를 들어 몇 가지 물체가 가지는 정지 에너지는 다음과 같다.

전자	먼지	동전	책
			
질량: 약 0.11×10^{-31} kg 정지 에너지: 8.19×10^{-14} J	질량: 약 1×10^{-13} kg 정지 에너지: 1×10^4 J	질량: 약 3.1×10^{-3} kg 정지 에너지: 2.8×10^{14} J	질량: 약 1 kg 정지 에너지: 9×10^{16} J

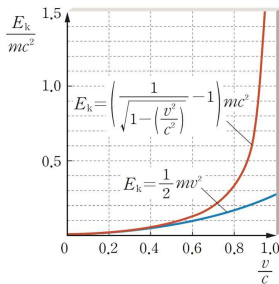
(3) **질량 에너지 동등성(등가성)**: 정지해 있는 물체도 $E_0 = mc^2$ 의 에너지를 갖는다는 것은 질량이 바로 에너지가 될 수 있다는 의미이다. 반대로, 운동 에너지가 커지면 증가한 운동 에너지가 질량의 효과로 나타난다고 생각할 수도 있다. 결과적으로 정지한 물체의 질량이 에너지가 될 수 있고 운동하는 물체의 에너지가 질량이 될 수 있다는 것이므로, 본질적으로 질량도 에너지 저장의 한 형태로, 에너지와 질량은 서로 전환될 수 있는 동등한 관계가 있다는 의미로 해석할 수 있다. 이를 질량 에너지 동등성이라고 한다.

상대론적 질량과 속력의 관계



운동 에너지와 속도의 관계

속력이 느릴 때는 고전 역학에서의 운동 에너지와 상대론적 에너지가 거의 일치한다. 그러나 속력이 빛의 속력에 가까워질수록 상대론적 에너지가 급격하게 증가한다. 즉, 물체의 속력을 c 로 증가시키기 위해서는 무한대의 에너지가 필요하다.

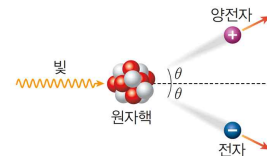


$$E = \gamma mc^2 = E_k + E_0 = E_k + mc^2$$

$$\therefore E_k = (\gamma - 1)mc^2$$

쌍생성과 쌍소멸

· **쌍생성**: 에너지가 질량을 가진 물질로 전환되는 경우로, 무거운 원자핵 근처를 에너지가 아주 큰 빛이 지나가면 전자와 양전자(전자와 전하량, 질량은 같지만 (+) 전하를 갖는 입자)가 생겨날 수 있다. 이와 같이 에너지가 질량을 가진 입자로 전환되는 것을 쌍생성이라고 한다.



· **쌍소멸**: 질량이 에너지로 전환되는 경우로, 입자와 반입자가 충돌하면 질량이 소멸하면서 질량에 해당하는 에너지를 가진 전자기파를 방출한다. 이러한 과정을 쌍소멸이라고 한다.

개념 POINT

3. 운동량과 에너지의 관계

(1) 고전 역학에서의 운동량과 운동 에너지의 관계: 고전 역학에서 운동 에너지 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 과 운동량 $p = mv$ 는 다음과 같은 관계가 있다.

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

(2) 특수 상대성 이론에서 운동량과 에너지의 관계: 특수 상대성 이론에서 에너지와 운동량이 고전 역학과 다르므로 에너지와 운동량의 관계도 다르다. 특수 상대성 이론에서의 운동량과 에너지 정의로부터 다음과 같이 운동량과 에너지 사이의 관계를 구할 수 있다.

$$p = \gamma mv \Rightarrow p^2 = \gamma^2 m^2 v^2, E = \gamma mc^2 \Rightarrow E^2 = \gamma^2 m^2 c^4$$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ 이므로 $\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{c^2}{c^2 - v^2}$ 이다. 이를 적용하여 에너지 식을 전개하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} E^2 &= \frac{c^2}{c^2 - v^2} m^2 c^4 = \frac{c^2 - v^2 + v^2}{c^2 - v^2} m^2 c^4 = m^2 c^4 + \frac{v^2}{c^2 - v^2} m^2 c^4 \\ &= m^2 c^4 + \frac{c^2}{c^2 - v^2} m^2 v^2 c^2 = m^2 c^4 + \gamma^2 m^2 v^2 c^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \end{aligned}$$

결과적으로 특수 상대성 이론에서 운동량과 에너지 사이의 관계는 다음과 같다.

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$

특수 상대성 이론에서의 에너지 보존
질량과 에너지가 서로 변환되더라도 운동
에너지와 같은 물체의 에너지와 정지 에너
지를 더한 총에너지는 항상 보존된다.

개념 POINT

■ 변리사 기출문제

개념 POINT

1. [2002년 변리사] - 2차원 평면 운동

강폭이 200m이고 유속이 6m/s로 일정하게 흐르는 강에서 10m/s로 달리는 배로 강을 건너려고 한다. 가장 짧은 거리로 강을 건너는 데 걸리는 시간은 얼마인가? (단, 강의 모든 곳에서 유속은 일정하고, 배는 가속도 운동을 하지 않고 일정한 속력으로 달린다고 가정한다.)¹⁾

- ① 20초 ② 25초 ③ 30초 ④ 40초 ⑤ 약 67초

2. [2023년 변리사] (하)

관측자 A에 대한 관측자 B의 상대속도는 $\frac{12}{13}c$ 이다. 이에 관한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, Lorentz 인자 $\gamma = \frac{13}{5}$ 이고, c 는 진공에서의 빛의 속력이다.)²⁾

- ① A와 B가 진공에서 각각 측정한 빛의 속력은 같다.
- ② B가 측정한 시간 τ 가 고유시간일 때, A가 측정한 시간은 $\frac{5}{13}\tau$ 이다.
- ③ 상대속도 방향의 길이만을 고려하면 A가 측정한 길이 L_p 가 고유길이일 때, B가 측정한 길이는 $\frac{5}{13}L_p$ 이다.
- ④ A와 B가 각각 측정한 물체의 속력은 c 보다 클 수 없다.
- ⑤ A와 B가 관측하는 물리현상에 적용되는 물리법칙은 동일하다

개념 POINT

3. [2025년 변리사] (중)

정지해 있던 물체가 폭발하여 각각의 질량이 $1.2kg$ 인 두 개로 쪼개져서 각각 $0.8c$ 의 속력으로 움직인다. 쪼개지기 전 물체의 정지질량은?³⁾

- ① $2.4kg$ ② $4.0kg$ ③ $4.8kg$ ④ $6.0kg$ ⑤ $7.2kg$

개념 POINT

4. [2026년 변리사]

텅 비어 있는 우주 공간상의 한 지점에 정지해 있는 관찰자 A의 관점에서 볼 때, 관찰자 B를 태운 우주선이 $v = \frac{4}{5}c$ 의 일정한 속력으로 한 지점 X를 출발하여 다른 지점 Y까지 직선 경로를 따라 이동하는 데 5초가 걸린다. B의 관점에서 볼 때, 두 지점 X, Y 사이의 거리는? (단, c 는 빛의 속도이고, 1광초는 빛이 1초 동안 이동한 거리이다.)⁴⁾

- ① 2.0광초 ② 2.4광초 ③ 2.5광초 ④ 3.2광초 ⑤ 3.6광초

개념 POINT

■ 개념확인문제

개념 POINT

5. 관측자에 대해 정지해 있는 시계보다 $1/2$ 느리게 가는 것으로 관측되는 시계의 속력을 구하라.⁵⁾

6. 어떤 관측자가 움직이는 어떤 시계가 10배만큼 느리게 간다는 것을 알게 되었다. 시계의 속력은?⁶⁾

개념 POINT

- ① $0.100c$ ② $0.0100c$ ③ $0.990c$ ④ $0.900c$ ⑤ $0.995c$

7. $0.600c$ 의 속력으로 x 축을 따라 움직이는 시계가 원점을 지날 때 0 을 가리켰다.⁷⁾

(1) 이 시계의 Lorentz 인자는 얼마인가?

(2) 이 시계가 $x = 180\text{m}$ 를 지날 때는 어떤 시각을 가리키겠는가?

개념 POINT

8. 매우 빠른 속력으로 움직이는 우주인 A가 우주인 B를 지나가고 있다. A가 B에게 말하기를 A가 탄 우주선의 길이는 20.0m이고, 똑같이 만든 B가 탄 우주선의 길이는 19.0m라고 했다. B가 볼 때, ⁸⁾

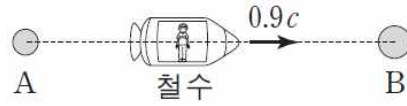
개념 POINT

- (1) B가 탄 우주선과
- (2) A가 탄 우주선의 길이를 구하라.
- (3) A가 탄 우주선의 속력을 구하라.

9. 고유 길이가 L_p 인 물체가 관찰자의 옆을 지나가는 데 걸린 시간이 t 이다. 물체의 속력은 얼마인가?⁹⁾

개념 POINT

10. 그림과 같이 철수가 탄 우주선이 정지한 영희에 대해 일정한 속도 $0.9c$ 로 행성 A에서 행성 B를 향해 운동하고 있다. 철수가 측정한 A와 B사이의 거리는 L 이고, 철수가 측정한 A에서 B까지 이동하는 데 걸린 시간은 T 이다. A, B는 영희에 대해 정지해 있다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, c 는 빛의 속력이다.)¹⁰⁾

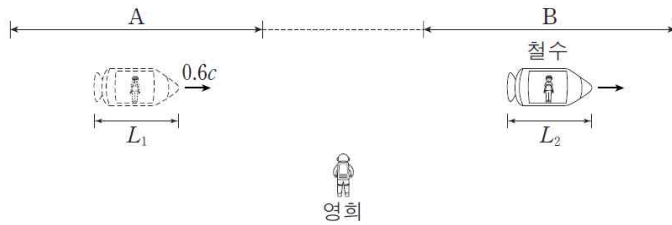
<보 기>

- ㄱ. 철수가 관측할 때 B는 $0.9c$ 의 속력으로 다가온다.
- ㄴ. 영희가 측정한 A와 B 사이의 거리는 L 보다 작다.
- ㄷ. 우주선이 A에서 B까지 이동하는 데 걸린 시간을 영희가 측정하면 T 보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

개념 POINT

11. 그림은 철수가 탄 우주선이 정지해 있는 영희에 대해 구간 A에서 $0.6c$ 의 속력으로 등속도 운동을 한 후, 속력이 변하여 다시 구간 B에서 등속도 운동을 하는 모습을 나타낸 것이다. 영희가 측정할 때, 철수의 시간은 A에서 B에서보다 느리게 가고 우주선의 길이는 A, B에서 각각 L_1 , L_2 이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, c 는 빛의 속력이다.)¹¹⁾

—<보 기>—

- ㄱ. 영희가 측정할 때, B에서 우주선의 속력은 $0.6c$ 보다 크다.
 ㄴ. $L_1 < L_2$ 이다.
 ㄷ. 철수가 측정할 때, 영희의 시간은 A에서 측정할 때가 B에서 측정할 때보다 빠르게 간다.

① ㄴ

② ㄷ

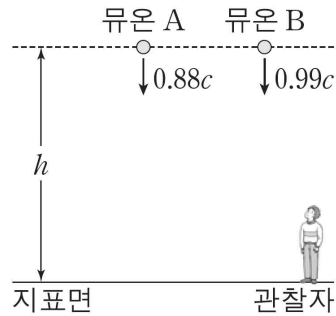
③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ

개념 POINT

12. 그림과 같이 지표면에 정지해 있는 관찰자가 측정할 때, 지표면으로부터 높이 h 인 곳에서 뮤온 A, B 가 생성되어 각각 연직 방향의 일정한 속도 $0.88c$, $0.99c$ 로 지표면을 향해 움직인다. A, B 중 하나는 지표면에 도달하는 순간 붕괴하고, 다른 하나는 지표면에 도달하기 전에 붕괴한다. 정지 상태의 뮤온이 생성된 순간부터 붕괴하는 순간까지 걸리는 시간은 t_0 이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, c 는 빛의 속력이다.)¹²⁾

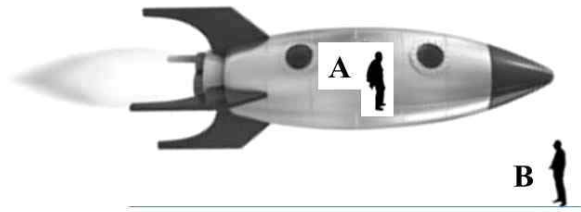
<보 기>

- ㄱ. 관찰자가 측정할 때 A 가 생성된 순간부터 붕괴하는 순간까지 걸리는 시간은 t_0 이다.
- ㄴ. 지표면에 도달하는 순간 붕괴하는 뮤온은 B 이다.
- ㄷ. 관찰자가 측정할 때 h 는 $0.99ct_0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 그림은 A 가 타고 있는 우주선이 지면에 서 있는 B 를 지나가는 것을 나타낸 것이다. B 가 측정하였을 때 우주선의 속도는 v , 우주선 전체가 B 를 지나는데 걸린 시간은 Δt 이었다. (단, 빛의 속력은 c 이다)¹³⁾

개념 POINT



(가) A 와 B 가 각각 측정한 우주선의 길이를 L_0 , L 이라고 하면, 우주선 길이의 비, $\frac{L}{L_0}$ 는 얼마인지 구하고, 이유를 설명하시오.

(나) A 가 측정하였을 때 우주선 전체가 B 를 지나가는 데 걸린 시간 t 를 구하시오.

14. 어떤 입자의 질량이 0이면 이 물체의 속력은?¹⁴⁾

- ① c
- ② 무한대
- ③ 0
- ④ 광속보다 느린 어떤 속도도 가질 수 있다.
- ⑤ 광속보다 빠른 어떤 속도도 가질 수 있다.

개념 POINT

15. 만일 어떤 입자의 운동에너지가 정지에너지보다 매우 작을 경우 운동에너지는 대략적으로 무엇에 비례하는가?¹⁵⁾

- ① 운동량의 크기
- ② 운동량의 크기의 제곱
- ③ 운동량의 크기의 $1/2$ 제곱
- ④ 운동량의 크기에 반비례
- ⑤ 위에 답이 없다.

개념 POINT

16. 질량이 m 인 입자가 상대론적 운동량 $\frac{3}{4}mc$ 을 가지고 발사되어, 정지되어 있고 질량이 m 인 다른 입자에 충돌하였다. 이 때 두 입자가 완전비탄성충돌에 의해 새로운 입자를 만들어낸다면, 이러한 새로운 입자의 질량으로 맞는 것을 고르시오. (단, 충돌 후 계에서 방출되는 에너지는 없다고 가정한다.)¹⁶⁾

- ① m ② $\sqrt{2} m$ ③ $\frac{3}{\sqrt{2}} m$ ④ $2 m$ ⑤ $\frac{11}{4} m$

개념 POINT

17. 질량이 m 인 정지 상태의 입자가 질량이 $m/2$ 인 입자 A 와 질량을 무시할 수 있을 정도로 매우 작은 입자 B 로 붕괴한다. B 의 질량이 0인 극한에서 입자 B 의 운동에너지는 얼마인가?¹⁷⁾

개념 POINT

- ① $\frac{1}{2}mc^2$ ② $\frac{1}{4}mc^2$ ③ $\frac{3}{4}mc^2$ ④ $\frac{1}{8}mc^2$ ⑤ $\frac{3}{8}mc^2$

18. 정지질량이 m 이고 운동에너지가 $1.00mc^2$ 인 전자의 속력을 구하여라.¹⁸⁾

개념 POINT

19. 한 입자의 운동에너지가 (1) 정지에너지와 같을 때, 및 (2) 정지 에너지의 5배일 때의 속력은 얼마인가?¹⁹⁾

개념 POINT

20. 총 에너지가 E 이고 질량이 m 인 전자의 속력은 얼마인가?²⁰⁾

개념 POINT

21. 질량 m 인 입자가 $+u$ 의 속도로 반대쪽에서 같은 속력으로 입사한 질량 $m/3$ 의 입자와 정면 충돌하여 한 덩어리가 되었다. 충돌 후 생겨난 입자의 질량은 얼마인가?²¹⁾

개념 POINT

■ 변리사 기출문제

개념 POINT

1) [정답] ②

[해설]

이 문제에서 가장 중요한 키워드는 “가장 짧은 거리”입니다. 강을 가장 짧은 거리로 건넌다는 것은 배의 최종 합성 속도가 강둑에 대해 수직이 되어야 함을 의미한다.

1. 속도 벡터 설정

- 강의 유속(v_w): 6m/s(하류 방향)

- 배의 속력(v_b): 10m/s

- 배의 실제 이동 방향: 강둑과 수직인 방향이 되어야 하므로, 배는 상류 쪽으로 비스듬히 노를 저어야 한다.

2. 수직 방향의 합성 속도(v) 계산

$$v = \sqrt{v_b^2 - v_w^2} \text{ 에서 } v = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ m/s}$$

즉, 배는 강둑에 대해 수직 방향으로 8m/s의 속도로 움직인다.

3. 시간(t) 계산

강폭이 200m이므로, 수직 방향 속력으로 나누면 $t = \frac{\text{강폭}}{\text{수직 속력}} = \frac{200 \text{ m}}{8 \text{ m/s}} = 25 \text{ 초}$ 이다.

2) [정답] ②

[해설]

① A와 B가 진공에서 각각 측정한 빛의 속력은 같다. (참)

② B가 측정한 시간 τ 가 고유시간일 때, 시간팽창에 의하여 A가 측정한 시간은 $\frac{13}{5}\tau$ 이다. (거짓)

③ 상대속도 방향의 길이만을 고려하면 A가 측정한 길이 L_p 가 고유길이일 때, B가 측정한 길이는 길이수축에 의해 $\frac{5}{13}L_p$ 이다. (참)

④ A와 B가 각각 측정한 물체의 속력은 c 보다 클 수 없다. (참)

⑤ A와 B가 관측하는 물리현상에 적용되는 물리법칙은 동일하다. (참)

3) [정답] ②

[해설]

1. $v = 0.8c$ 일 때의 로런츠 인자는 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = \frac{5}{3}$ 이다.

2. 총에너지 보존에 의해 폭발 전과 폭발 후의 총에너지는 일정하므로 쪼개지기 전의 물체의 정지 질량을 M , 쪼개진 후의 질량을 $m = 1.2 \text{ kg}$ 라고 하면 $Mc^2 = 2 \times (\gamma mc^2)$ 이므로

$M = 2 \times \gamma m = 2 \times \frac{5}{3} \times 1.2 = 4.0 \text{ kg}$ 이다. 쪼개지기 전 물체의 정지질량은 쪼개진 후 두 물체의 정지질량 합보다 크다. 이는 폭발 전의 질량 일부가 움직이는 물체의 운동에너지로 전환되었기 때문이다.

4) [정답] ②

[해설]

1. 관찰자 A가 측정한 거리(L_0) 구하기

관찰자 A는 지면(또는 우주 공간)에 정지해 있으므로, A가 측정한 두 지점 X, Y 사이의 거리는 고유 거리(L_0)이다.

- 속력 $v = \frac{4}{5}c = 0.8c$

- 시간 $t = 5\text{초}$

- 거리 $L_0 = v \times t = 0.8c \times 5s = 4.0\text{광초}$

2. 로런츠 인자(γ)

움직이는 관찰자 B가 보는 거리는 길이 수축이 일어나며 수축 공식은 $L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ 이다.

따라서 $\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} = 0.6$ 이다.

3. 관찰자 B가 측정한 거리(L) 계산

B의 관점에서는 목적지인 Y가 자신에게 $0.8c$ 로 다가오는 것으로 보이며, 이때 X-Y 사이의 거리는 수축되어 보인다. 따라서 관찰자 B가 측정한 거리는 $L = L_0 \times 0.6 = 4.0 \times 0.6 = 2.4$ 광초이다.

[별해] 관찰자 B가 측정한 시간을 먼저 구해서 풀 수도 있다. B가 측정한 시간(고유 시간)은 시간지연에 의해 $5s \times 0.6 = 3s$ 가 되며, 이 시간 동안 $0.8c$ 로 이동한 거리를 구하면 $3s \times 0.8c = 2.4$ 광초로 동일한 결과가 나온다.

5)

[정답] $0.866c$

[해설] $\gamma = 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \Rightarrow v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = c \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 0.866c$

6)

[정답] ㉠ $0.995c$

[해설]

$\gamma = 10 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ 이므로,

$v = \sqrt{1 - \frac{1}{10^2}} c \simeq \left(1 - \frac{1}{2} \frac{1}{10^2}\right) c = 0.995c$

7) [정답] (a) $1.25s$ (b) $8.00 \times 10^{-7}s$

[해설] (1) $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.600^2}} \approx 1.25$

(2) 정지한 관측자가 잴 시간은 $t = \frac{x}{v}$ 이다. 시계와 같이 운동하는 사람이 잴 시간이 고유시간 τ 이고, 시간 팽창이 일어나므로

$t = \gamma \tau$

$\Rightarrow \tau = \frac{t}{\gamma} = \frac{x}{v} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{180m}{0.600 \times 3.00 \times 10^8 m/s} \cdot \sqrt{1 - 0.600^2} = 8.00 \times 10^{-7}s$

8) [정답] (a) $20.0m$ (b) $19.0m$ (c) $0.312c$

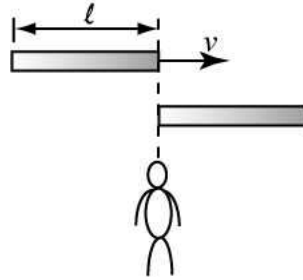
개념 POINT

[해설] (a) (b) A가 볼 때 A 자신이 탄 우주선의 길이는 고유 길이 $L_p = 20.0\text{m}$ 이고, B가 탄 우주선의 길이는 수축된 길이 $L = 19.0\text{m}$ 이다. B가 볼 때는 반대로, B 자신이 탄 우주선의 길이는 고유 길이, A가 탄 우주선의 길이는 수축된 길이이다.

$$(c) L = \frac{L_p}{\gamma} = L_p \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow v = c \sqrt{1 - \left(\frac{L}{L_p}\right)^2} = 0.312c$$

9) [정답] $\frac{L_p c}{\sqrt{L_p^2 + (ct)^2}}$

[해설] 물체의 속력이 v 이면 관찰자는 수축된 길이 $\ell = \frac{L_p}{\gamma}$ 를 보게 된다.



$$\text{걸린 시간은 } t = \frac{\ell}{v} = \frac{L_p}{\gamma v} = \frac{L_p \sqrt{1 - (v/c)^2}}{v} \Rightarrow v = \frac{L_p c}{\sqrt{L_p^2 + (ct)^2}}$$

10) [정답] ④ ㄱ, ㄷ

[해설]

ㄱ. B는 영희에 대해 정지해 있으므로 철수가 관측할 때 B는 $0.9c$ 의 속력으로 다가온다. (O)

ㄴ. A, B는 영희에 대해 정지해 있으므로 영희가 측정한 A와 B 사이의 거리는 고유 거리(L_0)에 해당한다. 철수가 관측할 때 A와 B는 운동하고 있으므로 A와 B 사이의 거리 은 길이 수축에 의해 고유 거리(L_0)보다 짧다. 따라서 영희가 측정한 A와 B 사이의 거리는 L 보다 크다. (X)

ㄷ. 철수가 측정한 A와 B 사이의 거리는 L 이고, A와 B는 $0.9c$ 로 운동하므로 걸린 시간은 $T = \frac{L}{0.9c}$ 이다. 영희가 측정한 A와 B사이의 거리는 고유 거리(L_0)이고, 우주선은 $0.9c$ 로 운동

하므로 걸린 시간은 $t = \frac{L_0}{0.9c}$ 이다. $L < L_0$ 이므로 $T < t$ 이다. (O)

11) [정답] ① ㄴ

[해설]

ㄱ. 정지한 좌표계에서 측정한 운동하는 좌표계의 시간은 지연되고 운동하는 좌표계의 속력이 빠를수록 더 크게 지연된다. 영희가 측정할 때, 철수의 시간은 A에서 B에서보다 느리게 갔으므로 영희가 측정한 B에서 우주선의 속력은 $0.6c$ 보다 작다. (X)

ㄴ. 철수의 속력이 A에서 B에서 보다 크므로 영희가 측정한 우주선의 길이 수축의 정도는 A에서 B에서보다 크다. 따라서 $L_1 < L_2$ 이다. (O)

ㄷ. 철수가 측정한 영희의 속력은 A에서 B에서보다 빠르다. 따라서 철수가 측정한 영희의 시간은 A에서 B에서보다 느리게 간다. (X)

12) [정답] ② ㄴ

[해설]

ㄱ. 뮤온의 고유 수명이 t_0 이므로 관찰자가 측정할 때, A가 생성된 순간부터 붕괴하는 순간까지 걸리는 시간은 t_0 보다 크다. (X)

- ㄴ. 속력이 상대적으로 느린 뮤온 A는 지표면에 도달하기 전에 붕괴하고, 지표면에 도달하는 순간 붕괴하는 뮤온은 상대적으로 속력이 빠른 B이다. (O)
 ㄷ. 관찰자가 측정할 때, h 는 고유 거리 이므로 뮤온의 좌표계에서 측정한 짧아진 거리 $0.99ct_0$ 보다 크다.(X)

13) [정답] (가) $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ (나) $\frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

[해설]

(가) A가 측정한 우주선의 길이는 고유길이(정지길이)가 되고, B는 수축된 길이가 된다.

$$L = \sqrt{1-v^2/c^2} L_0 \text{이므로 } \frac{L}{L_0} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \text{이다.}$$

(나) 시간팽창에 의해 A가 볼 때 B의 시계가 느리게 가므로

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

14) [정답] ① c

질량이 0인 물체는 모두 광속으로 움직인다.

15) [정답] ② 운동량의 크기의 제곱

[해설]

$E^2 - (pc)^2 = (mc^2)^2$ 에 $E = K + mc^2$ 을 대입해 보자.

$$p^2 c^2 = (K + mc^2)^2 - (mc^2)^2 = \{(K + mc^2) - mc^2\} \{(K + mc^2) + mc^2\} = K(K + 2mc^2)$$

이다.

여기서 운동에너지 K 가 정지에너지 mc^2 보다 매우 작은 경우에는

$$p^2 c^2 \simeq K \times 2mc^2$$

이므로 $K \simeq \frac{p^2}{2m}$ 이 성립한다.

16) [정답] ③ $\frac{3}{\sqrt{2}} m$

[해설]

충돌전 계의 에너지는

$$E = mc^2 + \sqrt{\left(\frac{3}{4}mc\right)^2 c^2 + (mc^2)^2} = \frac{9}{4}mc^2$$

충돌전 계의 운동량은

$$p = 0 + \frac{3}{4}mc$$

에너지 보존과 운동량보존에 의해 충돌후 새로운 입자 하나가 에너지 E 와 p 를 가지게 된다.

따라서

$$Mc^2 = \sqrt{E^2 - p^2 c^2}$$

이 성립한다.

$$M = \sqrt{\left(\frac{E}{c^2}\right)^2 - \left(\frac{p}{c}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} m = \frac{3\sqrt{8}}{4} m$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2}} m$$

17) [정답] ⑤ $\frac{3}{8}mc^2$

[해설]

붕괴 전후의 운동량과 에너지가 보존된다.

처음의 운동량이 0이므로 붕괴 후의 두 물체의 운동량의 크기는 같고 방향이 반대이다. 각 입자의 운동량의 크기를 p 라 하자.

에너지 보존을 사용하면

$$mc^2 = pc + \sqrt{(pc)^2 + \left(\frac{1}{2}mc^2\right)^2} \text{ 이 된다.}$$

여기서 질량이 0인 물체의 에너지는 pc 이며 질량이 $m/2$ 이고 운동량이 p 인 물체의 에너지가 $\sqrt{(pc)^2 + \left(\frac{1}{2}mc^2\right)^2}$ 이다. 이항해서 제곱하면

$$(mc^2 - pc)^2 = (pc)^2 + \frac{1}{4}m^2c^4 \text{이다.}$$

정리하면 $pc = \frac{1 - \frac{1}{4}}{2}mc^2 = \frac{3}{8}mc^2$ 이다.

질량을 무시할 수 있는 B 의 운동에너지는 pc 이므로 답은 ⑤ $\frac{3}{8}mc^2$ 이다.

18) [정답] $u = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 0.866c$

[해설] 전자의 전체 에너지는

$$E = \gamma mc^2 = K + mc^2 = 2.00mc^2$$

$$\text{따라서 } \gamma = 2.00 = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

u 에 대해서 정리하면

$$u = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}c = \sqrt{1 - \frac{1}{2.00^2}}c = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 0.866c$$

19) [정답] (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}c = 0.866c$ (2) $\sqrt{\frac{35}{36}}c = 0.986c$

[해설]

$$(1) K = (\gamma - 1)mc^2 = 1 \times mc^2$$

$$\text{따라서 } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2$$

$$v = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}c = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 0.866c$$

$$(2) K = (\gamma - 1)mc^2 = 5 \times mc^2$$

$$\text{따라서 } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 6$$

$$v = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}c = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{6}\right)^2}c = \sqrt{\frac{35}{36}}c = 0.986c$$

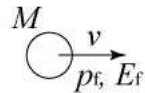
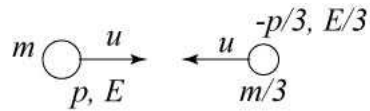
20) [정답] $c\sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2}$

$$[해설] E = \gamma mc^2 \quad \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{mc^2}{E}$$

$$\therefore v = c \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E} \right)^2}$$

21) [정답] $\frac{2m}{3} \sqrt{\frac{4 - (u/c)^2}{1 - (u/c)^2}}$

[해설] 그림과 같이 운동량과 에너지를 정한다.



운동량 보존에서 $\frac{2p}{3} = p_f$

에너지 보존에서 $\frac{4E}{3} = E_f$

$E_f^2 - (p_f c)^2 = (Mc^2)^2$ 에서

$$Mc^2 = \sqrt{\left(\frac{4E}{3} \right)^2 - \left(\frac{2pc}{3} \right)^2} = \frac{1}{3} \sqrt{(4m\gamma c^2)^2 - (2m\gamma vc)^2} = \frac{2m\gamma c^2}{3} \sqrt{4 - \left(\frac{u}{c} \right)^2}$$

$$\Rightarrow M = \frac{2m}{3} \sqrt{\frac{4 - (u/c)^2}{1 - (u/c)^2}}$$

개념 POINT